

**Übungen zur "Einführung in die Quantentheorie"**

WS 08/09 Prof. J. Schirmer

1. Aufenthaltswahrscheinlichkeit (4 Punkte)

Ein Teilchen, das sich längs der  $x$ -Achse zwischen  $0 \leq x < \infty$  bewegen kann, sei durch die Wellenfunktion  $\psi(x) = N\sqrt{x}e^{-ax}$  beschrieben, wobei  $a$  ein positiver reeller Parameter und  $N$  die (zu bestimmende) Normierungskonstante ist.

- An welcher Stelle  $x_m$  ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zu finden, maximal?
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall  $[0, 1]$  zu finden.
- Bestimme den Mittelwert  $\bar{x} = (\psi, \hat{x} \psi)$  des Ortsoperators.

2. Erwartungswert (4 Punkte)

Betrachte die Wellenfunktion

$$\psi(x) = N e^{-bx^2} e^{ikx}$$

für die Bewegung eines Teilchens entlang der  $x$ -Achse ( $b > 0$ ,  $k$  reell).

- Bestimme die Normierungskonstante  $N$ .
- Bestimme die Mittelwerte  $\bar{x}$  und  $\bar{p}$ , sowie die Orts- und Impulsunschärfe  $\Delta x$  bzw.  $\Delta p$ . Was ergibt sich für das Unschärfeprodukt  $\Delta x \cdot \Delta p$ ?
- Bestimme den Mittelwert  $\bar{T} = (\psi, \hat{T} \psi)$  der kinetischen Energie ( $\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m}$ ).

3. Zur Unschärferelation (3 Punkte)

- Die Elektronenbewegung in der Atomhülle spielt sich in einem Raumbereich der Größenordnung  $10^{-8}$  cm ab. Benutzen Sie die Unschärferelation  $\Delta x \cdot \Delta p \approx \hbar/2$ , um die auftretenden Geschwindigkeiten ( $v = p/m$ ) abzuschätzen ( $\hbar = 1.0546 \cdot 10^{-34}$  Js;  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg).
- Schätze wie in (a) die Geschwindigkeiten von Nukleonen ( $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$  kg) im Atomkern ( $\Delta x \approx 10^{-13}$  cm) ab.

Abgabetermin: Dienstag, 18. 11. 08, 13:00 Uhr