Übungsblatt Nr. 2

Übungen zur "Einführung in die Quantentheorie"

WS 08/09 Prof. J. Schirmer

1. Wegintegral (4 Punkte)
   Sei $\underline{F}(x,y) = -\begin{pmatrix} 2x \\ y \end{pmatrix}$ ein Kraftfeld in der x-y-Ebene. Berechne für dieses Kraftfeld (mit geeigneten Parameterdarstellungen der Wege) folgende Wegintegrale:

   (a) längs Geraden von Punkt (1,0) über (1,1) nach (0,1)

   (b) längs des Kreises $x^2 + y^2 = 1$ von (1,0) nach (0,1)

   (c) längs der Geraden von Punkt (1,0) direkt nach (0,1)

   Ist dieses Kraftfeld konservativ? Gib gegebenenfalls die Potentialfunktion an und prüfe damit die Ergebnisse der Wegintegrale.

2. Harmonischer Oszillator (4 Punkte)
   Die Orts-Zeit-Funktion $x = x(t)$ für die Bewegung eines harmonischen Oszillators mit der Frequenz ω läßt sich in drei mathematisch äquivalenten Weisen angeben:

$$\begin{aligned} x(t) &= Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} \\ &= a\sin\omega t + b\cos\omega t \\ &= c\sin(\omega t + \delta) \end{aligned}$$

   Wie müssen A und B gewählt werden, dass der erste Ausdruck reell ist? Leite die Beziehungen zwischen (A,B), (a,b) und (c,δ) her, d. h. drücke A und B durch a und b aus, usw.

3. Schwerpunkts- und Relativkoordinaten (3 Punkte)
   In einem Zweiteilchensystem, beschrieben durch die Koordinaten $\boldsymbol{r}_1$ und $\boldsymbol{r}_2$, Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}_1$ und $\boldsymbol{v}_2$ und Massen m_1 und m_2, wird die Schwerpunktskoordinate durch

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{M}(m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2)$$

   mit $M = m_1 + m_2$ und die Relativkoordinate durch $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ definiert.

   (a) Wie lauten die Schwerpunkts– und Relativgeschwindigkeit $\boldsymbol{V}$ bzw. $\boldsymbol{v}$? Drücke $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$, $\boldsymbol{v}_1$ und $\boldsymbol{v}_2$ durch $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{V}$ und $\boldsymbol{v}$ aus.

   (b) Die kinetische Energie T ist durch

$$T = \frac{1}{2}m_1\boldsymbol{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\boldsymbol{v}_2^2$$

   definiert. Wie lautet T in Schwerpunkts– und Relativgeschwindigkeiten?

Abgabetermin: Dienstag, 28. 10. 08, 12.00 Uhr