

Übungen zur "Einführung in die Quantentheorie"

WS 08/09 Prof. J. Schirmer

1. Berechne den Kommutator $[\hat{l}_x, \hat{l}_y]$ in Polarkoordinaten (2Punkte).

2. Legendre-Polynome (3 Punkte)

(a) Berechne die ersten 4 Legendre-Polynome $P_l(\xi)$ unter Benutzung der Rodriguez-Formel:

$$P_l(\xi) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{d\xi^l} (\xi^2 - 1)^l$$

(b) Überprüfe durch explizites Ausrechnen des Integrals

$$\int_{-1}^1 d\xi P_1(\xi) P_3(\xi)$$

die Orthogonalität von P_1 und P_3 .

3. Drehimpulseigenfunktionen (4 Punkte)

Berechne die Matrixelemente der y -Komponente des Drehimpulsoperators

$$(Y_{1m}, \hat{l}_y Y_{1m'}) \quad m, m' = 1, 0, -1$$

für die Drehimpulseigenfunktionen ($l = 1$):

$$Y_{11}(\vartheta, \varphi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta e^{i\varphi}$$

$$Y_{10}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta$$

$$Y_{1-1}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta e^{-i\varphi}$$

Bilde Eigenfunktionen von \hat{l}_y als geeignete Linearkombinationen der Funktionen $Y_{1m}(\vartheta, \varphi)$. Welche Eigenwerte findet man?

4. Grundzustand H-Atom (3 Punkte)

Berechne die Normierungskonstante N , sowie die Mittelwerte von r und r^{-2} für die Wellenfunktion:

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = N e^{-\alpha r}$$

Zeige, daß Ψ für geeignete Wahl von α Energieeigenfunktion des H-Atoms ist. Wie lautet der zugehörige Eigenwert? (Das Volumenelement für die Integration in Polarkoordinaten ist $r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$).

Abgabetermin: Mittwoch, 7. 1. 2009, 11.15 Uhr (in Übungsgruppe Mittwoch bzw. Kasten)