Präsenzübungen

Übungen zur "Einführung in die Quantentheorie"
WS 2008/09 Prof. Dr. J. Schirmer

1. Aufgabe (Rechnen mit komplexen Zahlen)
Berechne z_1^2, $z_1 z_2$, $z_1 z_1^*$, z_2^{-1} und e^{z_2} für $z_1 = 2 + 5i$, $z_2 = 1 + 2i$. Drücke z_2 in der Form $\rho e^{i\phi}$ aus.

2. Aufgabe
Berechne das Skalarprodukt $(\underline{u},\underline{v})$ der Vektoren

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wie groß ist der Winkel zwischen $\underline{u}$ und $\underline{v}$?

3. Aufgabe
Sind folgende Vektoren $\underline{v}_i$ linear abhängig oder linear unabhängig ?

a)
$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)
$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

c)
$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4. Aufgabe
Bilde mit dem Schmidtschen Orthogonalisierungsverfahren aus den Vektoren $\underline{v}_i, i = 1,2,3$ drei orthonormierte Basisvektoren $\underline{e}_i, i = 1,2,3$ und drücke $\underline{v}_4$ als Linearkombination dieser Basisvektoren aus:

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

5. Aufgabe

Berechne

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$