Kommentare zu den Kugelflächenfunktionen

$$\boxed{Y_{lm}(\theta,\phi) = \left[\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}\right]^{1/2} P_l^{|m|}(\cos\theta)e^{im\phi}}$$

- Die Y_{lm} sind simultane EF zu $\hat{L}^2$ und $\hat{L}_z$

$$\boxed{\hat{L}^2 Y_{lm} = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}; \qquad \hat{L}_z Y_{lm} = \hbar m Y_{lm}}$$

- "Semiklassisches" Vektormodell: $\hat{L}_x$ und $\hat{L}_y$ bleiben ansonsten völlig unbestimmt (geometr. Ort: Kegelmantel)
- Übliche Nomenklatur (histor. Konvention):
  $l = 0, 1, 2, 3, ..$: s, p, d, f,.. - Funktionen
- Kinetische Energie der Drehbewegung:

$\hat{H} = \hat{T} = \frac{\hat{L}^2}{2I}$ (analog zu $\frac{\hat{L}_z^2}{2I}$ bei ident. Trägheitsmomenten)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\hat{H} Y_{lm} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I} Y_{lm}} \quad (2l+1)\text{-fach entartet}$$

- Starre Rotation zweier Teilchen um gemeinsamen Schwerpunkt:
  Masse $m \rightarrow \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$
- Reelle Linearkombinationen für $l = 1$:

$$\left.\begin{array}{rcll} Y_{11} + Y_{1-1} & \sim & \sin\theta\cos\phi & = \frac{x}{r} \\ (Y_{11} - Y_{1-1})/i & \sim & \sin\theta\sin\phi & = \frac{y}{r} \\ Y_{10} & \sim & \cos\theta & = \frac{z}{r} \end{array}\right\} \begin{array}{l} p_x - \text{Fkt.} \\ p_y - \text{Fkt.} \\ p_z - \text{Fkt.} \end{array}$$