Übungsblatt Nr. 3

Übungen zur "Einführung in die Quantentheorie"
WS 08/09 Prof. J. Schirmer

1. Schwingungen eines zweiatomigen Moleküls (3 Punkte)
   Betrachte die 1-dimensionale Bewegung (längs der x-Achse) von zwei wechselwirkenden Massenpunkten (Massen m_1, m_2), wobei die potentielle Energie durch $V = V(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}k(x_2 - x_1 - R)^2$ gegeben sei. Hier bezeichnen x_1, x_2 die x-Koordinaten der Massenpunkte, k und R sind positive Konstanten (Federkonstante bzw. Gleichgewichtsabstand). Unter Verwendung der Ergebnisse der Aufgabe 3 (Blatt 2) leite man die *Lagrangefunktion* (s. Skript I.3) in Relativ– und Schwerpunktskoordinaten her.
   Wie lauten die Bewegungsgleichungen für Schwerpunkts– und Relativbewegung? Wie groß ist die Schwingungsfrequenz?

2. Eindimensionaler gedämpfter harmonischer Oszillator (5 Punkte)
   Bestimme die Orts-Zeit-Funktion $x = x(t)$ für einen gedämpften harmonischen Oszillator mit der Bewegungsgleichung
   $$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$
   und den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$. Hier sind $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ und γ (Dämpfungskonstante) positive Konstanten. Verwende den Lösungsansatz
   $$x(t) = e^{\lambda t}.$$
   Durch geeignete Wahl von λ erhält man zwei linear unabhängige Lösungen der Differentialgleichung. Unterscheide die drei Fälle
   $$\gamma > 2\omega_0, \quad \gamma = 2\omega_0 \quad \text{und} \quad \gamma < 2\omega_0.$$
   Wie ändert sich die Energie $(T + V)$ des Oszillators mit der Zeit?

3. Drehimpuls (3 Punkte)
   a) Bestimme die Vektorprodukte $\boldsymbol{e}_r \times \boldsymbol{e}_\vartheta$, usw. der Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\vartheta$, $\boldsymbol{e}_\varphi$ aus Aufgabe 2 von Blatt 1.
   b) Fortsetzung von Aufgabe 3, Blatt1: Schreibe den (momentanen) Drehimpuls $\boldsymbol{l} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ als Linearkombination der drei Einheitsvektoren.

Abgabetermin: Dienstag, 4. 11. 08, 13:00 Uhr